سوال شماره یک (مسیرهای حرکت سیستم خطّی در صفحه-فاز دو بعدی)

سیستم دینامیکی خطّی نامتغیّر با زمان رسته $n = 2$ با معادله حالت $\begin{cases} \frac{d}{dt}x = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف: اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -3 \end{bmatrix}$ باشد، مسیرهای حرکت سیستم را به کمک روش ایزوکلاین (***Isocline***) در صفحه-فاز ترسیم کنید؟ با توجّه به نمودار حاصله راجع به نوع پایداری سیستم بحث کنید؟

ب: برای همه حالت‌های ممکن مقادیر ویژه ماتریس A دلخواه، منحنی صفحه-فاز حاصله را در هر حالت ترسیم کنید؟ با توجّه به نمودار حاصله در هر حالت، راجع به نوع پایداری سیستم بحث کنید؟

(یعنی ماتریس $A_{2\times2}$ به گونه‌ای مثال بزنید که مقادیر ویژه آن همه حالت‌های مختلف؛ مثلاً: ۲ مقدار ویژه متمایز حقیقی و منفی، یک مقدار ویژه منفی و یکی مثبت و ... را شامل شود)

سوال شماره دو (ویژگی‌های مهم رفتاری سیستم‌های غیرخطّی)

برای هرکدام از ویژگی‌های مهم سیستم‌های غیرخطّی که در ادامه می‌آید، یک تعریف مناسب ارائه کنید و سپس با ذکر یک مثال (غیر از آن چه در کلاس درس گفته می‌شود) راجع به آن توضیح بدهید؟ (در صورت نیاز در مراجع مختلف که در کانال درس کنترل غیرخطّی آپلود شده است و یا در منابع اینترنتی سرچ کنید)

الف: سیکل حدّی[۱]	***ت: finite escape time***	**چ:** فرکانس‌های زیر-هارمونیک[۲]
ب: تعدّد حالات تعادل[۳]	**ث:** پدیده آشوب[۴]	**ح:** فرکانس‌های فوق-هارمونیک[۵]
پ: دوشاخگی[۶]	**ج:** پدید تشدید پرش[۷]	

سوال شماره سه (مسیر حرکت سیستم کنترل غیرخطّی در صفحه-فاز)

دیاگرام جعبه‌ای یک سیستم کنترلی با ***Plant*** خطّی و کنترلر غیرخطّی مطابق شکل (۳-۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید ماتریس‌های A و B به ترتیب برابر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشند.

الف: با فرض این که $r = 0$ باشد، مسیرهای حرکت سیستم شکل (۳-۱) را در صفحه-فاز ترسیم کنید؟

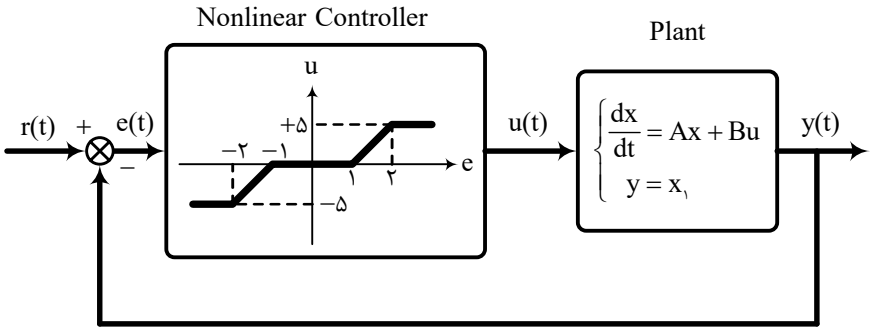
---

۱ limit cycle
۲ sub-harmonic frequencies
۳ multiple equilibrium points
۴ chaos phenomenon
۵ super-harmonic frequencies
۶ bifurcation
۷ jumping resonance phenomenon

ب: با فرض این که $r = 2$ باشد، مسیرهای حرکت سیستم شکل (۳-۱) در صفحه-فاز را ترسیم کنید؟

پ: با فرض این که $r = 0$ باشد، این بار فرض کنید که در مسیر فیدبک، $y = x_1 + x_2$ باشد و مسیرهای حرکت سیستم جدید حاصله را در صفحه-فاز ترسیم کنید؟

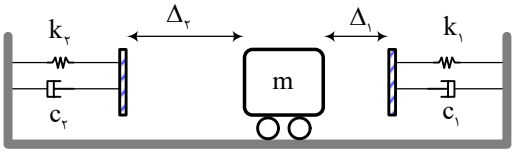
ت: برای هر کدام از قسمت‌های (**الف**)، (**ب**) و (**پ**) فوق، با توجّه به رفتار مسیرهای حرکت سیستم در صفحه-فاز، راجع به نوع پایداری سیستم بحث کنید؟



شکل ۳-۱. دیاگرام جعبه‌ای یک سیستم کنترلر غیرخطّی.

سوال شماره چهار (مسیر حرکت یک سیستم مکانیکی غیرخطّی)

یک سیستم مکانیکی ارتعاشی متشکّل از یک جسم به جرم $m = 1$ واحد، دو فنر با ثوابت $k_1 = 10$ و $k_2 = 20$ واحد و دو دمپر ویسکوز با ثوابت میرایی $c_1 = \sqrt{10}$ و $c_2 = \sqrt{20}$ واحد در نظر بگیرید. ابتدا جسم را به اندازه $x_0 = 0.5$ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم و حرکت نوسانی غیرخطّی سیستم شروع می‌شود. ($\Delta_2 = 2\Delta_1 = x_0$)



شکل ۴-۱. سیستم دینامیکی غیرخطّی ارتعاشی.

الف: معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت جسم را در هر مقطع از حرکت به دست آورده و مسیرهای حرکت سیستم را در صفحه-فاز رسم کنید؟

ب: پایداری سیستم را با توجّه به رفتار مسیرهای حرکت سیستم در صفحه-فاز تحلیل کنید؟ پریود نوسانات سیستم مطلوب است؟

- مهلت تحویل تمرین سری ۱ ،یک هفته است
  لطفاً پاسخ تمرین ها را در باکس شماره ۲۶ جنب اداره آموزش دانشکده مکانیک بیندازید.
- در صورتی که نیاز به راهنمایی برای حل هر کدام از سوال ها دارید، می توانید به اینجانب مراجعه کنید
  دانشکده مهندسی مکانیک – طبقه اوّل – رو به روی کتابخانه - آزمایشگاه کنترل و رباتیک
  قبلاً هماهنگ کنید. ***Telegram_id: @Hamid_rahmanei20***
- لطفاً تمرین ها را به صورت انفرادی حل کنید تمرین های دانشجویان مشابه هم نباشد
- ایمیل درس کنترل غیرخطّی: hamid.rahmanei20@gmail.com

موفق باشید